- 2. Бідюк Н.М. Неперервна освіта у Європейському контексті / Н.М. Бідюк // Наука і освіта 2004: збірник VII Міжнародної конф. Дніпропетровськ : Наука і освіта, 2004. С. 5—6.
- 3. Буряк В.К. Самостійна робота як вид навчальної діяльності школяра / В.К. Буряк // Рідна школа. -2001. № 9. C. 49-51.
- 4. Гальперин П.Я. Введение в психологию / П.Я. Гальперин. М. : Изд-во МТУ,  $1976.-150~\mathrm{c}.$
- 5. Гончаренко С. Український педагогічний словник / С. Гончаренко. К. : Либідь, 1997. 376 с.
- 6. Завалевський Ю.І. Педагогіка гуманізму: навч. посіб. / Ю.І. Завалевський, Г.І. Назаренко, Л.Д. Покроєва. Х.: Оберіг, 2011. 380 с.
- 7. Коджаспирова Г.М. Словарь по педагогике / Г.М. Коджаспирова, А.Ю. Коджаспиров. М. : Март ; Ростов н/Д. : Март, 2005. 448 с.
- 8. Машовець М.А. Самостійна робота студентів як засіб професійного самовдосконалення / М.А. Машовець // Зб. наук. праць. Вип. 19. Рівне, 2002. С. 89–92.
- 9. Назаренко Г.І. Гуманістично-орієнтовані технології навчання дорослих педагогів. Педагогічний дискурс : зб. наук. праць / Г.І. Назаренко ; [гол. ред. І.М. Шоробура]. Хмельницький : ХГПА, 2011. Вип. 9. С. 236–240.
  - 10. Пегагогическая энциклопедия : в 4 т. М., 1971. Т. 3.
- 11. Прокопенко І.Ф. Педагогічні технології: навч. посіб. / І.Ф. Прокопенко, В.І. Євдокимов. X.: Колегіум, 2005. 224 с.

# Назаренко Г. Гуманистический подход к самостоятельной работе педагогов в процессе последипломного обучения

В статье раскрывается значение, роль и специфика организации различных видов самостоятельной работы педагогов в процессе последипломного обучения в условиях гуманизации образования. Проанализированы различные трактовки понятия "самостоятельная работа" и особенности организации и руководства ею в процессе обучении взрослых на принципах гуманистического подхода.

Ключевые слова: гуманистический подход, самостоятельная работа, процесс последипломного обучения, самоообразование, самостоятельность, гуманизация образования.

## Nazarenko G. The humanistic approach to the independent work of teachers in the process of post-graduate training

The article reveals the importance of the role and specificity of self-organization of different types of teachers in the process of post-graduate training in humane education. Analyze the various interpretations of the concept of "self study" and especially the organization and its leadership in adult education on the principles of the humanistic approach.

Key words: humanistic approach, individual work, the process of post-graduate training, self-study, independence, humane education.

### Т.В. НАКОНЕЧНА

### МОДЕРНІЗАЦІЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ СТУДЕНТІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ІКТ

Важливою складовою модернізації освітянською діяльності є створення інтегрованого курсу "вища математика + комп'ютерна математика" та у зв'язку з цим оновлення підручників та навчальних посібників, зокрема з вищої математики. Теоретичні матеріали доповнюються прикладами розв'язання задач, як на папері, так і за допомогою MathCAD або Excel. Зростання ефективності роботи студентів, підвищення наочності та зручності навчального процесу досягається за рахунок інформаційно-комунікаційних технологій.

Ключові слова: модернізація, інформаційно-комунікаційні технології, фундаментальна підготовка, інтегрований курс "вища математика + комп'ютерна математика".

У навчальних закладах України відповідно до вимог сьогодення відбувається процес модернізації освіти. Діє Національна доктрина розвитку освіти України в XXI ст., де зазначено, що модернізація сучасної системи має бути спрямована на забезпечення її якості відповідно до найновіших досягнень вітчизняної й світової науки, культури та соціальної політики, інноваційних напрямів і тенденцій розвитку освіти [1].

Зміни вимагають удосконалення математичної та взагалі фундаментальної підготовки. Зокрема математика, інформатика та інформаційні технології є засобами, що сприяють вивченню інших фундаментальних наук і спеціальних дисциплін. Тому якісна освіта вимагає якісного навчання математики, інформатики і споріднених дисциплін. Важливою складовою освітянської діяльності є покращення науково-методичного забезпечення, що передбачає створення підручників і навчальних посібників, як електронних, так і паперових [2]. Про необхідність забезпечення інформатизації системи освіти наголошується в Законах України "Про освіту", "Про вищу освіту", Національній доктрині розвитку освіти. Це спонукає до ґрунтовного аналізу й переоцінки дидактичних здобутків, діючих інформаційних систем і проведення наукових досліджень, пов'язаних із сучасними проблемами вищої школи, актуальними перспективами її розвитку.

Мета опанування науковим і культурним надбанням людства висуває дидактичні вимоги та вимоги до методичного забезпечення, які треба задовольнити. "Загальне розуміння проблеми покращення підготовки майбутнього фахівця у вищому навчальному закладі потребує аналізу сутності його професійної компетентності з точки зору ефективності професійної діяльності. Запровадження компетентнісного підходу до модернізації змісту вищої освіти потребує відбору змісту дисциплін, який може забезпечити формування компетентностей; розробки системи контролю за їх формуванням" [3]. Це потребує реорганізації навчального процесу з упровадженням сучасних інтегрованих курсів, спрямованих на підготовку висококваліфікованих спеціалістів, що чітко усвідомлюють, з якою метою вивчають цей курс, яке фахове практичне застосування матимуть набуті ними знання.

Для сучасного періоду  $\epsilon$  характерним, з одного боку, прогрес математичних наук, реформування вищої освіти, а з іншого – скорочення кількості годин на аудиторне засвоєння дисциплін та винесення значної частини матеріалу на самостійне опрацювання. Водночас в умовах стрімкого зростання технічних можливостей людства традиційні методичні системи навчання вищої математики з труднощами справляються із поставленими завданнями. Існує небезпека зниження рівня освіти, а відтак, відчувається нагальна потреба в розробці нових методичних систем навчання на основі сучасних інформаційних технологій [4]. У процесі вивчення фундаментальних курсів математики сьогодні нагромаджено достатній досвід і значний фактичний матеріал методичних систем засвоєння таких курсів. Однак зазначені системи не відповідають достатньою мірою новій освітній парадигмі та положенням Доктрини розвитку освіти України, зокрема, в частині використання інформаційних технологій для інтенсифікації процесу навчання, розвитку творчого мислення студентів, формування вмінь працювати в умовах комп'ютерного середовища. Отже, мета статті – визначити теоретико-методичні основи та розробити, обґрунтувати й експериментально перевірити методичну систему навчання математики в умовах технічного університету на основі використання сучасних інформаційних технологій навчання.

Процес навчання базується на отриманні інформації з навколишнього середовища (отримання інформації низького рівня) та її накопиченні для наступного використання й переведення цієї інформації в нову якість — знання (підвищення рівня інформації).

Такий підхід до процесу навчання й здобуття знань з математики доцільно використовувати до побудови занять в умовах використання інтегрованого курсу "вища математика + комп'ютерна математика" та систематичного застосування систем комп'ютерної математики.

На підставі такого підходу до процесу навчання (отримання інформації низького рівня та підвищення цього рівня) можна визначити один з видів побудови аудиторних занять зі студентами з математичних дисциплін.

Спочатку для отримання інформації низького рівня виявляється проблемна ситуація та здійснюється добір окремих фактів. Потім з метою підвищення рівня інформації здійснюється визначення закономірностей, їх систематизація та формулювання властивостей математичного об'єкта. Отже, використовуючи наведену схему, аудиторне практичне заняття можна подати як поєднання таких складових:

- виконання за допомогою комп'ютера сукупності простих завдань;
- залучення студентів до самостійного знаходження відповідей на додаткові запитання до кожного завдавання або до серії завдань на підставі аналізу сукупності результатів, отриманих на попередньому етапі. На цьому етапі відбувається підвищення рівня інформації.

Прикладом методики оволодіння методологією використання систем комп'ютерної математики може бути розгляд ряду тем математичного аналізу.

Треба відзначити, що математичний аналіз містить досить велику кількість абстрактних понять, досить важких для засвоєння. З метою полегшення засвоєння теоретичного матеріалу пропонується створення комп'ютерних інтерпретацій окремих понять, які можна створювати за такими напрямами:

- анімація, тобто вивчення поняття в динамці;
- зміна деяких параметрів, що приводить до з'ясування суті поняття, яке досліджується.

В першому випадку демонстрація суті досліджуваного поняття виконується на основі деякого певного алгоритму. В другому випадку студент самостійно, змінюючи значення деяких параметрів, приходить до визначення поняття.

Однією з перших тем математичного аналізу є теорія меж послідовностей та функцій. На вивчення цієї теми в курсі шкільної математики відводиться обмаль часу. Крім цього, ця тема є дуже складною для засвоєння не тільки школярами, а й студентами молодших курсів нематематичних спеціальностей.

Під час викладання цієї теми на лекції з вищої математики спочатку наводиться визначення межі числової послідовності, надається її геометрична інтерпретація та розв'язується приклад на знаходження межі послідовності за допомогою визначення. Наведемо фрагмент такого заняття.

**Визначення 1.** Число a називається межею числової послідовності  $\{x_n\}$ , коли  $n \to \infty$ , якщо для будь-якого як завгодно малого додатного числа  $\varepsilon$  знайдеться номер  $N = N(\varepsilon)$ , такий що для всіх номерів n > N буде виконуватися нерівність  $|x_n - a| < \varepsilon$ .

З геометричної точки зору це означає, що для будь-якого малого  $\varepsilon$  – околу точки a нескінченна кількість членів послідовності буде належати цьому околу, за його межами може знаходитися тільки скінченна кількість членів послідовності.

Розглянемо приклад. Користуючись визначенням межі послідовності, довести, що  $\lim_{n\to\infty} \frac{n-1}{n+1} = 1$ .

За означенням 
$$\left| \frac{n-1}{n+1} - 1 \right| < \varepsilon \Leftrightarrow \left| \left( 1 - \frac{2}{n+1} \right) - 1 \right| < \varepsilon, \, n > N$$
 .

Тоді 
$$\begin{cases} \frac{2}{n+1} < \varepsilon, \Rightarrow \begin{cases} n > \frac{2}{\varepsilon} - 1, \\ n > N \end{cases} \end{cases}$$

За номер N можна взяти  $N(\varepsilon) = \left[\frac{2}{\varepsilon} - 1\right]$ . Отже, за заданим  $\varepsilon$  знайшовся номер N, а це означа $\varepsilon$ , що  $\frac{n-1}{n+1} \to 1$  ї де  $n \to \infty$ .

Застосування математичних пакетів, зокрема системи MathCAD, дає змогу наочно, в динаміці переконатися в тому, що при зростанні номера n, члени послідовності  $x_n = \frac{n-1}{n+1}$ , поступово з'являючись на екрані, починаючи з певного номера опиняться в  $\varepsilon$  – околі прямої y=1 (рис. 1).

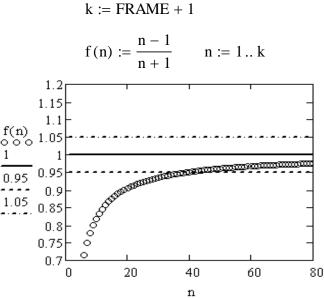


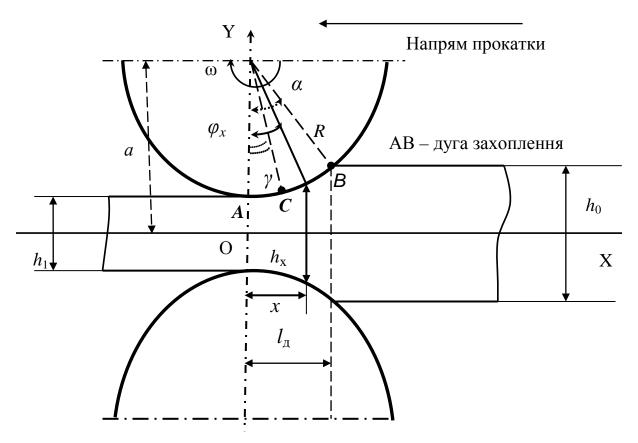
Рис. 1. Анімація числової послідовності  $\left\{ \frac{n-1}{n+1} \right\}$ 

Перейдемо від абстрактних понять до розв'язування конкретних задач. Одним з важливих розділів вищої математики для студентів інженерних спеціальностей є розділ "Звичайні диференціальні рівняння". Майбутньому інженеру-механіку, технологу або металургу треба навчитися не тільки розв'язувати диференціальні рівняння, а й застосовувати їх для моделювання виробничих процесів.

Розглянемо задачу, пов'язану з обчисленням контактної напруги при прокатці металу. Для наочності обмежимося простим випадком.

Одним з найважливіших завдань теорії прокатки є питання про розподіл напруги і деформацій по висоті перерізу прокатуваної смуги. Розв'язок цієї задачі ми можемо знайти в роботах відомих вчених близького та далекого зарубіжжя: С.І. Губкіна, Т. Кармана, Н.А. Соболевського, А.І. Целікова та ін.

Розглянемо схему простого процесу прокатки (рис. 2).



R — радіус бочки валка, w — кутова швидкість валка,  $h_0, h_1$  — початкова і кінцева товщина прокатуваної смуги,  $l_{\rm A}$  — довжина геометричного вогнища деформації,  $\alpha$  — кут захоплення,  $\gamma = \gamma(f)$  — кут нейтрального перерізу межі зон відставання та випередження, f — коефіцієнт тертя.

Рис. 2. Схема простого процесу прокатки

На рис. 2 показано випадок прокатки між гладкими циліндричними валками, причому смуга характеризується більшою шириною порівняно з довжиною дуги захоплення та її висотою.

У випадку ковзання прокатуваного металу по поверхні валків при сухому терті диференціальне рівняння нормальної напруги (питомий тиск) має вигляд:

$$dp_{x} = \left(2\tau_{s} \pm \frac{f \cdot p_{x}}{tg\varphi_{x}}\right) \cdot \frac{dh_{x}}{h_{x}},\tag{1}$$

 $au_S$  — межа текучості при зсуві. Наведене рівняння називається рівнянням Т. Кармана. Змінні  $h_X$  та  $\phi_X$ , що входять до цього рівняння, визначають за координатами дуги захоплення.

В результаті ряду перетворень ми приходимо до такого рівняння:

$$\frac{dp_x}{dx} \pm \frac{f}{a - \sqrt{R^2 - x^2}} p_x = \frac{2\tau_s x}{\sqrt{R^2 - x^2} \left(a - \sqrt{R^2 - x^2}\right)},\tag{2}$$

але розрахунки зручніше проводити для приведеної безрозмірної напруги  $p=\frac{p_{\chi}}{2\tau_{s}}$ , тобто:

$$\frac{dp}{dx} \pm \frac{f}{a - \sqrt{R^2 - x^2}} p = \frac{x}{\sqrt{R^2 - x^2} \left(a - \sqrt{R^2 - x^2}\right)}.$$
 (3)

Знак " – " береться для зони відставання  $(0 \le x \le R \sin \gamma)$ , а знак " + " для зони випередження  $(R \sin \gamma \le x \le R \sin \alpha)$ .

Отримані рівняння  $\epsilon$  лінійними диференціальними рівняннями відносно функції p(x), але обчислення аналітичного розв'язку рівнянь (3) пов'язано з досить громіздкими викладками та кінцевий результат  $\epsilon$  незручим для практичного застосування.

Спростити рішення рівняння (3) можна в результаті спрощення геометричних властивостей дуги захоплення, наприклад, замінити дугу кола дугою параболи, яка проходить через точки A,B,C, або двома хордами CB — для зони відставання, AC — для зони випередження.

Таким чином, якщо під час розв'язування рівняння Т. Кармана використати спрощення вогнища деформації, прийняте О.І. Целіковим, то отримаємо для зони випередження –

$$p = \frac{1}{\delta_1} \left[ (1 + \delta_1) \left( \frac{h_x}{h_1} \right)^{\delta_1} - 1 \right], \quad \delta_1 = f \cdot ctg\left( \frac{\gamma}{2} \right)$$

для зони відставання -

$$p = \frac{1}{\delta_0} \left[ (\delta_0 - 1) \left( \frac{h_0}{h_x} \right)^{\delta_0} + 1 \right], \quad \delta_0 = f \cdot ctg \left( \frac{\gamma + \alpha}{2} \right)$$

Розглянемо тепер чисельний розв'язок рівняння Т. Кармана за допомогою математичної системи MathCAD. У цьому випадку нам не доведеться змінювати геометрію вогнища деформації. Для розв'язку задачі Коші в системі MathCAD є група розв'язків, яка складається з ключового слова **Given**, самого рівняння, початкової умови та функції **Odesolve** (x, b, [step]), де x – змінна інтегрування, b – правий кінець області інтегрування, [step] – параметр, що визначає кількість кроків для чисельного методу Рунге – Кутта. Таким чином, нам потрібно утворити групу розв'язків, а потім, змінюючи вхідні дані, можна будувати епюри розподілу нормальної напруги в кожному окремому випадку. Наприклад, якщо R = 200,  $h_0 = 6$ ,  $h_1 = 4$ , f = 0.15 на рис. З і 4 маємо такі епюри розподілу нормальної напруги по дузі захоплення (p(x) – для зони випередження, g(t) – для зони відставання).

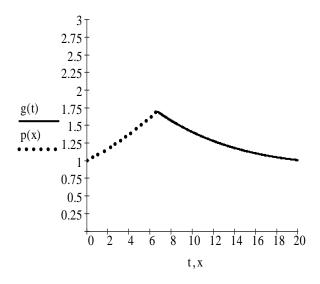


Рис. 3. Епюри, отримані за допомогою функції Odesolve

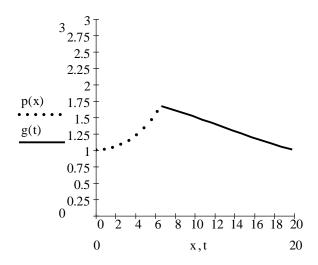


Рис. 4. Епюри, отримані за формулами О.І. Целікова

Таким чином, використовуючи можливості математичних пакетів, можна знайомити студентів зі складними для вивчення абстрактними математичними поняттями та розв'язанням складних задач, пов'язаних з їх спеціальністю, що сприяє активізації пізнання студентами нового матеріалу.

Треба відзначити, що оволодіння методологією використання систем комп'ютерної математики для дослідження математичних та технічних задач потребує розуміння переваг та обмеженості цих систем у процесі комп'ютерного моделювання в галузі математики та вміння на практиці оцінювати їх ефективність. Для сучасного стану організації навчального процесу в технічних університетах характерною рисою є недостатня затребуваність існуючих технічних рішень у сфері обчислювальної техніки та ІКТ через нерозробленість методики їхнього застосування. Тому особливого значення набувають розробка нових або модернізованих підручників і посібників, що відповідають викликам часу й містять інтегрований навчальний курс "вища математика + комп'ютерна математика". Інтеграція ви-

вчення вищої математики і комп'ютерної математики створює додаткові можливості інтенсифікації математичної підготовки. Саме такі завдання визначають напрями розробки підручників або посібників, іншої навчальної літератури. З метою поліпшення її якості й усунення недоліків слід керуватися методичними рекомендаціями МОН України [5] та користуватися власними розробками, які є узагальненням набутого досвіду й отримали позитивні рецензії.

Навчання математики у вищому навчальному закладі відповідно до нової парадигми і доктрини освіти на основі сучасних психолого-педагогічних теорій вимагає впровадження інформаційних технологій навчання, застосування яких принципово вплине на якість навчання та інтелектуальний розвиток студентів за умови, що вони будуть використовуватись не фрагментарно, а в статусі інтегрованої системи, яка, крім моделювання традиційної взаємодії учасників навчального процесу, включатиме гіпертекстові, мультимедійні та дистанційні технології.

За такого підходу активізація навчання досягається в результаті паралельного

ведення процесів розв'язування, як на комп'ютері, так і без нього (рис. 5).



Рис. 5. Схема розв'язування задачі за інтеграції методів комп'ютерної та вищої математики

У результаті значно зменшується ймовірність виникнення помилок у відповідях унаслідок ґрунтовного аналізу й порівняння розв'язків однієї і тієї самої задачі різними (за реалізацією) методами. Швидше формуються і розвиваються вміння, надійніше закріплюються навички ведення студентами аналітичних та обчислювальних робіт. Крім того, автоматизація обчислень дає змогу зменшити ступінь адаптованості навчальних завдань, наблизивши їх до практичних умов.

З'являється можливість помітно розширити обчислювальну практику за рахунок збільшення кількості розв'язуваних студентами завдань на комп'ютері без помітного зростання або навіть за деякого скорочення загальної тривалості практичних занять по кожному з модулів і відповідним перерозподілом за видами занять і контролю. Формування й реалізація індивідуального навчального плану студента передбачає можливість індиві-

дуального вибору змістових модулів з дотриманням послідовності їх вивчення [6]. Організації самостійної роботи студентів сприяють індивідуальні завдання, які диференціюються за рівнем складності. По-перше, на репродуктивному рівні самостійна робота зорієнтована на використання контрольних запитань і тестів першого рівнів. Для засвоєння продуктивного рівня володіння математикою наводяться варіанти індивідуальних завдань, тестів модульного контролю другого та третього рівня. Для створення умов поглибленого вивчення курсу, а також зручності роботи в кінці матеріалів книги вказують використану та рекомендовану літературу. Покажчики полегшують користування посібника. З метою покрашення умов виконання розрахунків до книги включаються додатки.

Викладені рекомендації використані під час розробки навчальних посібників [7], який отримав гриф МОН України. Від відомих аналогів він відрізняється тим, що матеріали в розділах розміщені відповідно до робочої програми курсу, яка реалізує кредитно-модульну систему навчання вищої математики. Порівняно з друкованими посібниками, де інформація подана послідовно, електронні посібники мають природну можливість розгалуження і дають студенту прямий доступ до потрібного розділу або до обраної задачі. Тому на наступному етапі роботи створюється електронний посібник за умов його безпосереднього використання в навчальному процесі.

Висновки. Отже, засоби навчання утворюють єдиний комплекс, основою якого є підручник або посібник, що його замінює. Зміни в системі вищої освіти, зокрема математичної складової, вимагають модернізації або розробки нових посібників. Використання підручників і посібників нового покоління приводять до зміни технології навчання. Активізація математичної підготовки майбутніх фахівців у сучасних умовах ґрунтується на використанні освітніх інформаційно-комунікаційних технологій. Комп'ютерна техніка дає змогу індивідуалізації навчання як за обсягом, так і за темпом мобільного контролю засвоєння знань і набуття відповідних компетенцій.

Для зростання ефективності самостійної роботи студентів, підвищення наочності й зручності навчального процесу на рівні "викладач — студент" вважаємо за необхідне використання модернізованих друкованих, електронних посібників та інформаційно-комунікаційних технологій взагалі. Подальше дослідження та розвиток процесів навчання потребує розробки або вдосконалення концептуальних підходів відповідно до обраних напрямів професійної підготовки з використанням ІКТ. Застосування сучасних технологій у процесах підготовки надає майбутнім фахівцям широкі можливості для роботи з інформацією не тільки у своїй професійній сфері, але і в інших сферах життя суспільства.

### Список використаної літератури

1. Національна доктрина розвитку освіти України у XXI столітті // Освіта України. – 2002. – № 33. – С. 4–6.

- 2. Гуревич Р.С. Інформаційно-комунікаційні технології в навчальному процесі та наукових дослідженнях / Р.С. Гуревич, М.Ю. Кадемія. К. : Освіта України, 2006. 390 с.
- 3. Драч І.І. Компетентісний підхід як засіб модернізації змісту вищої освіти / І.І. Драч // Проблеми освіти : наук. зб. К., 2008. Вип. 57. С. 44–48.
- 4. Наконечна Т.В. Використання ІКТ на заняттях з вищої математики / Т.В. Наконечна, О.В. Нікулін // Дидактика математики: проблеми і дослідження. 2006. Вип. 26. С. 74—78.
- 5. Методичні рекомендації щодо структури, змісту та обсягів підручників і навчальних посібників для вищих навчальних закладів. МОН України, наказ № 1/9—398 від 1 серпня 2005 року.
- 6. Білан Л.Л. Запровадження кредитно-модульної системи організації навчального процесу у вищу освіту України / Л.Л. Білан // Проблеми освіти : наук. зб. К., 2009. Вип. 60. С. 127–130.
- 7. Огурцов А.П. Вища математика для підготовки бакалаврів з інженерії : навч. посіб. : у 3 ч. / А.П. Огурцов, Т.В. Наконечна, О.В. Нікулін ; за заг. ред. А.П. Огурцова]. Дніпродзержинськ : ДДТУ, 2008.
- 8. Огурцов А.П. Вища математика для підготовки бакалаврів з інженерії (спеціальні розділи) : навч. посіб. / [А.П. Огурцов, Т.В. Наконечна, О.В. Нікулін ; за заг. ред. А.П. Огурцова]. Дніпропетровськ : Біла К.О., 2010. 154 с.

# Наконечная Т.В. Модернизация фундаментальной математической подготовки студентов с использованием ИКТ

Важной составляющей частью процесса модернизации образовательной деятельности является создание интегрированного курса "высшая математика + компьютерная математика" и в этой связи обновление учебников и учебных пособий, в частности по высшей математике. Теоретические материалы дополняются примерами решения задач, как на бумаге, так и при помощи MathCAD или Excel. Рост эффективности роботы студентов, повышения наглядности и функциональности учебного процесса достигается за счет информационно-коммуникационных технологий.

Ключевые слова: модернизация, информационно-коммуникационные технологии, интегрированный курс "высшая математика + компьютерная математика".

### Nakonechna T. Moderniztion of students' fundamentatal mathematic qualifications with the use of informatively-communication technologies

The important constituent of educational activity is creating of integrating course "higher mathematics + computer mathematics" and update of textbooks, in particular on higher mathematics. Theoretical materials are complemented the examples of problems decision, both on a paper and by MathCAD or Excel. Growth of students work efficiency, increasing of evidentness and comfort of educational process arrived with using of the modernized manual at due to the use of informatively-communication technologies.

Key words: modernization, informatively-communication technologies, integrating course "higher mathematics + computer mathematics".